

UNIVERSITATEA DIN ORADEA
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICA SI INFORMATICA
CATEDRA DE ELECTRONICA
SPECIALIZAREA : CRIOELECTRONICA – (MASTER)



APLICATIILE CUADRIPOLULUI ELECTRIC
LA STUDIUL FILTRELOR ELECTRICE

PROIECT

INTOCMIT DE:
ING. DANIEL ALBU

COORDONATORI STIINTIFICI

SEF LUCRARI
ING. CARMEN MOLNAR

ING. LUCIAN MORGOS

2002

TEMA DE PROIECT

**APLICATII
ALE TEORIEI
CUADRIPOLULUI**

FILTRE ELECTRICE

FILTRE ELECTRICE DE TIP K

*STRUCTURI CUADRIPOLARE
IN Γ , IN Π , IN T SIMETRICE SI NESIMETRICE*

*DETERMINAREA BENZILOR DE TRECERE ,
RESPECTIV DE OPRIRE A FILTRELOR ELECTRICE*

1.INTRODUCERE

Teoria cuadripolului face parte din teoria circuitelor electrice si ofera o metoda specifica de rezolvare a circuitelor cuadripolare , caracterizate prin anumite particularitati , care determina de altfel si domeniul de probleme unde folosirea ei este cea mai eficienta.

In intelesul cel mai larg , cuadripolul electric este un circuit electric cu patru borne de acces in legatura cu exteriorul . Asupra structurii interioare a cuadripolului nu se impune nici o restrictie , astfel ca ea poate sa fie oarecare. Numai in ceea ce priveste legatura cuadripolului cu exteriorul se impune conditia ca aceasta sa se faca exclusiv prin intermediul bornelor.

Notiunea de cuadripol electric nu se refera la un anumit circuit electric. Ea are un domeniu de aplicabilitate mult mai larg , referindu-se in principiu la toate circuitele care satisfac definitia data. Circuitelor electrice cuadripolare le corespund scheme electrice cuadripolare , pe baza carora se studiaza aceste circuite. Notiunea de cuadripol cuprinde si structurile cuadripolare care reprezinta doar parti componente ale unor circuite , respectiv scheme electrice complexe.

Ideea descompunerii unei scheme electrice complexe in subscheme mai simple (cuadripolare sau multipolare) sta la baza unor metode de calcul a schemelor electrice complexe. Notiunea de cuadripol nu trebuie insa inteleasa numai in sensul simplu al identificarii unor structuri cu patru borne de acces. Importanta acestei notiuni apare in legatura cu existenta unei metode specifice de rezolvare a structurilor cuadripolare , metoda care se incadreaza intr-un sistem organizat de cunostinte , care constituie teoria cuadripolului.

In teoria cuadripolului electric comportarea circuitelor electrice se urmareste fata de bornele de legatura cu exteriorul. Aceasta particularitate caracteristica limiteaza domeniul de aplicatie al teoriei cuadripolului in principal la acele probleme, la care este suficient sa se cunoasca curentii si tensiunile exterioare la borne.

Este evident ca rezolvarea circuitelor electrice cuadripolare , atunci cind structura lor interna este cunoscuta se poate face si prin alte metode , aplicind diferitele teoreme din teoria circuitelor electrice. In problemele mentionate , aplicarea teoriei cuadripolului conduce in general la o simplificare esentiala a operatiei de stabilire a ecuatiilor schemelor cuadripolare, in principal prin aceea ca nu necesita determinarea curentilor si tensiunilor din interior. Acest avantaj devine cu atat mai evident , cu cit schema electrica a circuitului este mai complexa .

Teoria cuadripolului conduce deci la o rezolvare expeditivă și prin aceasta la o însemnată economie de timp .

O particularitate esențială a teoriei cuadripolului constă în aceea că permite rezolvarea circuitelor electrice cuadripolare față de perechile de borne în legătură cu exteriorul , chiar fără cunoașterea în detaliu a structurii lor interioare. Această observație se referă la cazul când cuadripolii sunt realizați . Dacă cuadripolul realizat are o structură foarte complicată sau necunoscută, teoria cuadripolului oferă singura metodă de analiză ce poate fi practic aplicată.

Permitând tratarea unitară a unor probleme de bază ce intervin la un număr mare de circuite electrice cuadripolare , care altfel pot fi diferite atât ca structură cât și ca domenii de aplicatie, se poate considera că teoria cuadripolului constituie partea comună a teoriei acestor circuite.

2. Clasificarea cuadripolilor

Clasificarea cuadripolilor se face pe baza aceluiași criterii care se folosesc și în teoria circuitelor electrice . Diferențele formulării se referă obișnuit la cuadripolul în înțeles restrâns . Ele se pot aplica însă fără dificultate și pentru cuadripolul general .

Cuadripolii pot fi activi sau pasivi , după cum conțin sau nu surse de energie electrică . Dacă sursele de energie electrică sunt independente , cuadripolii se numesc și autonomi , iar dacă sursele de energie electrică sunt dependente , cuadripolii se numesc și neautonomi (de exemplu , un amplificator de tensiune) .

Cuadripolii autonomi pot fi identificați destul de ușor prin faptul că și atunci când ei nu sunt alimentați din exterior , la bornele lor se constată tensiune , iar dacă bornele lor se leagă împreună , în circuitul respectiv se stabilește un curent electric . Sunt și cazuri particulare când nu ne putem da seama numai prin observații efectuate la borne dacă un cuadripol conține sau nu surse independente . Un astfel de caz este cuadripolul constituit dintr-o punte în echilibru care conține în interior o sursă de tensiune . Dacă acest cuadripol nu este alimentat din exterior și este îndeplinită condiția de echilibru a punții , atunci tensiunile la bornele de intrare și de ieșire sunt nule . Un astfel de cuadripol se comportă ca un cuadripol pasiv , deși cuadripolul conține în interior o sursă de tensiune .

O clasificare mai cuprinzătoare a cuadripolilor rezultă dacă se ia drept criteriu teorema reciprocității . Se deosebesc cuadripoli reciproci și cuadripoli nereciproci . Cuadripolii se clasifică astfel :

- CUADRIPOLI :
 - RECIPROCI :
 1. CUADRIPOLI PASIVI
 2. CUADRIPOLI ACTIVI
 - NERECIPROCI :
 1. GIRATOARE
 3. CUADRIPOLI ACTIVI :
 - NEAUTONOMI
 - AUTONOMI
 -

Se mai deosebesc cuadripoli simetrici si nesimetrici . Cind comportarea cuadripolilor fata de cele doua perechi de borne este simetrica , in sensul ca prin schimbarea intre ele a bornelor de intrare cu cele de iesire nu se modifica valoarea curentilor si a tensiunilor la bornele respective , cuadripolul este simetric .

La un cuadripol simetric nu este deci posibil sa se deosebeasca , prin masuratori efectuate la borne , perechile de borne de intrare fata de cele de iesire , din punct de vedere al comportarii cuadripolului fata de ele . Aceasta simetrie este in mod evident realizata in cazul cuadripolilor cu structura simetrica . Ea poate fi intilnita si la unele structuri nesimetrice , pentru care se pot inasa stabili scheme echivalente simetrice .

Dupa caracterul parametrilor elementelor de circuit componente , cuadripolii pot fi : liniari si neliniari ; cu parametri concentrati si cu parametri repartizati . Cuadripolii mai pot fi clasificati astfel :

- Dupa natura curentilor si tensiunilor :
 - cuadripoli de curent continuu
 - cuadripoli de curent alternativ
- Dupa sensul de transmitere al energiei electrice :
 - cuadripoli unidirectionali
 - cuadripoli bidirectionali

Structura interioara a cuadripolului determina anumite relatii de legatura intre aceste marimi exterioare . Relatiile stabilite intre curenti si tensiunile la borne reprezinta ecuatiile cuadripolului . Deoarece in ecuatiile cuadripolului curenti si tensiunile la borne intervin ca variabile , ecuatiile cuadripolului pot fi definite si ca relatii stabilite intre variabilele acestuia . In cazul cuadripolului general sunt sase variabile : $(\underline{U}_1 , \underline{U}_2 , \underline{U}_3 , \underline{I}_1 , \underline{I}_2 , \underline{I}_3)$, iar in cazul cuadripolului in sens restrins numai patru : $(\underline{U}_1 , \underline{U}_2 , \underline{I}_1 , \underline{I}_2)$. Ecuatiile cuadripolului caracterizeaza complet comportarea cuadripolului fata de bornele de legatura cu exteriorul . Prin stabilirea ecuatiilor cuadripolului se reduce numarul total al variabilelor independente , fata de cazul cind

cele doua grupuri de variabile (pe de o parte curentii independenti , iar pe de alta parte tensiunile la borne independente) se considera separat . In ecuatiile cuadripolului se disting prin urmare variabile independente si variabile dependente . Dupa variabilele explicitate , ecuatiile cuadripolului pot fi scrise in mai multe forme .

De structura cuadripolului se tine seama prin coeficientii care intervin in ecuatiile cuadripolului . Acesti coeficienti se numesc constantele cuadripolului . Constantele cuadripolului depind exclusiv de structura interioara a cuadripolului si ele sunt in general marimi complexe si cu dimensiuni . Constantele cuadripolului se definesc , respectiv se masoara la borne . Sunt si alte marimi care se bucura de aceeasi proprietate ca si constantele cuadripolului . Totalitatea marimilor care depind exclusiv de structura interioara a cuadripolului se numesc parametrii cuadripolului . Ele sunt cunoscute in literatura si sub denumirea de marimi caracteristice sau marimi specifice de referinta ale cuadripolului .

3. PARAMETRII CUADRIPOLULUI

Un ansamblu de parametri care determina univoc un cuadripol , reprezinta un sistem de parametri independenti ai cuadripolului . In cazul cuadripolilor nereciproci un astfel de ansamblu este format din patru parametri , iar in cazul cuadripolilor reciproci numai din trei parametri . In mod evident , cele patru constante care intervin in fiecare dintre cele cinci sisteme de ecuatii ale unui cuadripol nereciproci reprezinta tot atatea sisteme de parametri independenti ai acestuia (sistemele de parametri : A , Y , Z , H , F ,).

Constantele cuadripolului nu sunt insa singurii parametri ai cuadripolului , adica marimi care depind exclusiv de structura interioara a cuadripolului , iar parametrii de la care se pleaca in studiul cuadripolilor nu coincid totdeauna cu constantele cuadripolului . Constantele cuadripolului se pot exprima partial sau integral in functie de alti parametri , a caror folosire poate sa fie mai avantajoasa , fie din punct de vedere al determinarii lor pe cale experimentală , fie in ceea ce priveste studiul anumitor circuite cuadripolare . Astfel , in studiul cuadripolului apar si alte sisteme de parametri independenti , in afara sistemelor : A , Y , Z , H , F .

Introducerea acestor parametri independenti nu inseamna insa stabilirea unor noi forme pentru ecuatiile cuadripolilor , ci numai expresii noi pentru constantele cuadripolului . Desi in teoria cuadripolului sunt un numar mare de parametri , numarul sistemelor cu parametri independenti sunt, de la care se pleaca in studiul cuadripolului, este limitat . Acest lucru se explica prin faptul ca

introducerea unui sistem de parametri independenti este justificata numai atunci cind el corespunde unor necesitati practice . Alegerea parametrilor independenti ai unui cuadripol este o problema complexa care trebuie analizata de la caz la caz , deoarece nu exista un sistem unic de parametri independenti care sa fie cel mai avantajos in toate situatiile . In legatura cu alegerea parametrilor independenti s-ar putea formula urmatoarele conditii :

- Sa se determine cit mai simplu pe cale experimentală ;
- Ceilalti parametri si in primul rind constantele cuadripolului sa se exprime in functie de ei prin relatii simple ;
- Sa conduca la rezolvare avantajoasa a diferitelor probleme ce intervin la studiul circuitelor cuadripolare respective .

Trebuie relevat cu aceasta ocazie ca exista parametri a caror determinare directa pe cale experimentală este foarte dificila , in schimb aplicarea lor la studiul unor anumite circuite cuadripolare este deosebit de avantajoasa , ceea ce justifica de altfel si introducerea lor in teoria cuadripolului .

O clasificare mai generala a principalilor parametri ai unui cuadripol, care sa cuprinda si constantele cuadripolului , se poate face pe baza regimurilor folosite la definirea , respectiv determinarea lor .

Din acest punct de vedere se deosebesc :

- Parametri definiti pe baza regimurilor de functionare in gol si in scurtcircuit a cuadripolului .
- Parametri definiti pe baza existentei unor anumite relatii de legatura intre impedantele de intrare si de iesire ale cuadripolului .
- Parametri introdusi prin alimentarea cuadripolului pe la ambele capete , in conditii particulare .

a) Parametri definiti pe baza regimurilor de functionare in gol si in scurtcircuit a cuadripolului

Pe baza regimurilor de functionare in gol si in scurtcircuit , pentru cuadripolul nereciprocal rezulta in total 12 parametrii distincti . Intre cei 12 parametrii distincti sunt 8 relatii de legatura , astfel ca intradevar numai patru sunt independenti .

Se poate arata ca , impedantele in gol si impedantele in scurtcircuit , nu sunt independente , deoarece intre ele exista relatia :

$$\frac{Z_{10}}{Z_{20}} = \frac{Z_{1'k}}{Z_{2k}} \quad (1)$$

Cele doua impedante in gol si cele doua impedante in scurtcircuit nu determina deci in mod univoc un cuadripol neregiproc . La aceleasi impedante in gol si in scurtcircuit pot corespunde mai multi cuadripoli.

Parametrii introdusi pe baza regimurilor de functionare in gol sunt :

1. Impedanta in gol cu alimentare pe la bornele 1 1' :

$$\left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} \right)_{\underline{I}_2=0} = \underline{Z}_{10} = \underline{Z}_{11} = \frac{1}{\underline{F}_{11}} \quad (2)$$

2. Impedanta in gol cu alimentare pe la bornele 2 2' :

$$\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} \right)_{\underline{I}_1=0} = \underline{Z}_{20} = -\underline{Z}_{22} = -\frac{1}{\underline{H}_{22}} \quad (3)$$

3. Impedanta de transfer in gol , cu alimentare pe la bornele 2 2' :

$$\left(\frac{\underline{U}'_1}{\underline{I}'_2} \right)_{\underline{I}'_1=0} = (\underline{Z}_{m0})_2 = -\underline{Z}_{12} \quad (4)$$

4. Impedanta de transfer in gol , cu alimentare pe la bornele 1 1' :

$$\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1} \right)_{\underline{I}_2=0} = (\underline{Z}_{m0})_1 = \underline{Z}_{21} = \frac{1}{\underline{A}_{21}} \quad (5)$$

5. Raportul tensiunilor in gol , cu alimentare pe la bornele 1 1' :

$$\left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} \right)_{\underline{I}_2=0} = \left(\frac{1}{\underline{k}_{u0}} \right) = \underline{A}_{11} = \frac{1}{\underline{F}_{21}} \quad (6)$$

6. Raportul tensiunilor in gol , cu alimentare pe

la bornele 22' :

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_2' \\ \underline{U}_1' \end{pmatrix} = \underline{(k_{u0})} = \underline{H_{12}} \quad (7)$$

$$\underline{I}_1' = 0$$

b) Parametrii introdusi pe baza regimurilor de functionare in scurtcircuit sunt :

1. Admitanta in scurtcircuit , cu alimentare pe la bornele 11' :

$$\left(\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} \right)_{\underline{U}_2=0} = \underline{Y}_{1k} = \underline{Y}_{11} = \frac{1}{\underline{H}_{11}} \quad (8)$$

2. Admitanta in scurtcircuit , cu alimentare pe la bornele 22' :

$$\left(\frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2} \right)_{\underline{U}_1=0} = \underline{Y}_{2k} = -\underline{Y}_{22} = -\frac{1}{\underline{F}_{22}} \quad (9)$$

2. Admitanta de transfer in scurtcircuit, cu alimentare pe la bornele 22' :

$$\left(\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} \right)_{\underline{U}_1=0} = (\underline{Y}_{mk})_2 = -\underline{Y}_{12} \quad (10)$$

3. Admitanta de transfer in scurtcircuit, cu alimentare pe la bornele 11' :

$$\left(\frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1} \right)_{\underline{U}_2=0} = (\underline{Y}_{mk})_1 = -\underline{Y}_{21} = \frac{1}{\underline{A}_{12}} \quad (11)$$

4. Raportul curenților in scurtcircuit , cu alimentare pe la bornele 11' :

$$\left(\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} \right)_{\underline{U}_2=0} = \frac{1}{(\underline{K}_{ik})_1} = \underline{A}_{22} = \frac{1}{\underline{H}_{22}} \quad (12)$$

5. Raportul curenților in scurtcircuit , cu alimentare pe la bornele 22' :

$$\left(\begin{array}{c} \underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 \end{array} \right)_{U_1=0} = \frac{1}{(K_{ik})_1} = \frac{1}{F_{12}} \quad (13)$$

4. STRUCTURI CUADRIPOLE

Schemele electrice echivalente pentru cuadripolul reciproc si nesimetric sunt reprezentate in figura 1 .

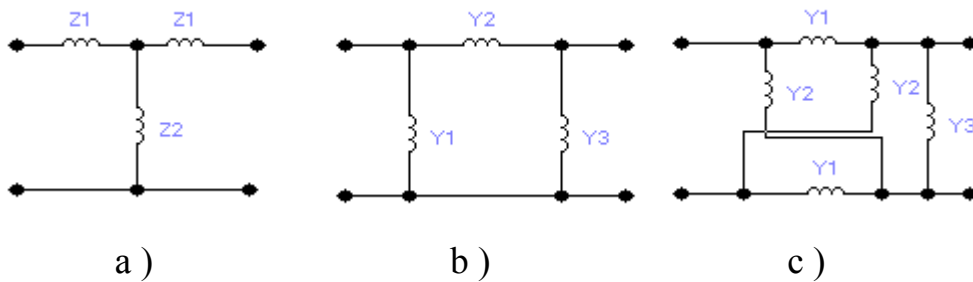


Figura 1

Scheme echivalente pentru cuadripolul reciproc nesimetric :
a) in T ; b) in Π ; c) in punte

Impedantele care intervin in schemele echivalente se exprima in functie de parametrii cuadripolului , dupa cum urmeaza :

a) Pentru schema echivalenta in T :

$$\left. \begin{array}{l} \underline{Z}_1 = \underline{Z}_{11} + \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{10} - \underline{Z}_{mo} \\ \underline{Z}_2 = \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{mo} \\ \underline{Z}_3 = \underline{Z}_{12} - \underline{Z}_{22} = \underline{Z}_{20} - \underline{Z}_{mo} \end{array} \right\} \quad (14)$$

Aceste relatii se verifica usor . Astfel , calculind pe baza schemei din fig 1.a. impedanta de transfer \underline{Z}_{mo} si impedantele in gol \underline{Z}_{10} si \underline{Z}_{20} in functie de impedantele $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_3$ care intervin in aceasta schema , se obtin expresiile :

$$\left. \begin{array}{l} \underline{Z}_{mo} = \left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1} \right)_{I_2=0} = \left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2} \right)_{I_1=0} = \underline{Z}_2 \\ \underline{Z}_{10} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \\ \underline{Z}_{20} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \end{array} \right\} \quad (15)$$

care verifica relatia (14) .

b) Pentru schema echivalenta in Π :

$$\left. \begin{array}{l} \underline{Y}_1 = \underline{Y}_{11} + \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{1K} - \underline{Y}_{mk} \\ \underline{Y}_2 = -\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{mk} \end{array} \right\} \quad (16)$$

$$\underline{Y}_3 = \underline{Y}_{12} - \underline{Y}_{22} = \underline{Y}_{2k} - \underline{Y}_{mk}$$

Daca se calculeaza pe baza schemei din fig. 1b admitanta mutuala in scurtcircuit \underline{Y}_{mk} si admitantele in scurtcircuit \underline{Y}_{1k} , \underline{Y}_{2k} in functie de admitantele \underline{Y}_1 , \underline{Y}_2 , \underline{Y}_3 rezulta expresiile :

$$\left. \begin{aligned} \underline{Y}_{mk} &= \left(\frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1} \right)_{\underline{U}_2=0} = \left(\frac{\underline{I}'_1}{\underline{U}'_2} \right)_{\underline{U}'_1=0} = \underline{Y}_2 \\ \underline{Y}_{1k} &= \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 \\ \underline{Y}_{2k} &= \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Din care se deduc simplu relatiile (16).

c) Pentru schema echivalenta in punte, reprezentata in fig. 1c, avem :

$$\left. \begin{aligned} \underline{Y}_1 &= (\underline{Y}_1)_{-1} \\ \underline{Y}_2 &= (\underline{Y}_1)_1 \\ \underline{Y}_3 &= \frac{(\underline{Y}_2)_{-1} + (\underline{Y}_2)_1}{2} - \frac{(\underline{Y}_1)_{-1} + (\underline{Y}_1)_1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Dar, admitantele \underline{Y}_1 , \underline{Y}_2 , \underline{Y}_3 pot fi exprimate si in functie de parametrii sistemului \underline{Y} , astfel :

$$\left. \begin{aligned} \underline{Y}_1 &= \underline{Y}_{11} - \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{1k} + \underline{Y}_{mk} \\ \underline{Y}_2 &= \underline{Y}_{11} + \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{1k} - \underline{Y}_{mk} \\ \underline{Y}_3 &= -\underline{Y}_{11} - \underline{Y}_{22} = \underline{Y}_{2k} + \underline{Y}_{1k} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Pentru a verifica expresiile date de rel. (19) ne referim la regimul de scurtcircuit al schemei din fig. 1c.

Admitanta de scurtcircuit \underline{Y}_{1k} corespunde legarii in serie a celor doua grupe identice formate din admitantele \underline{Y}_1 si \underline{Y}_2 in paralel, adica :

$$\underline{Y}_{1k} = \frac{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2}{2} \quad (20)$$

Admitanta de scurtcircuit \underline{Y}_{2k} este :

$$\underline{Y}_{2k} = \frac{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2}{2} + \underline{Y}_3 \quad (21)$$

Pentru a determina admitanta de transfer in scurtcircuit se observa ca din motive de simetrie tensiunea aplicata la o pereche de borne cind cealalta pereche de borne este in scurtcircuit se imparte in doua parti egale $\frac{U}{2}$, dintre care una revine la bornele admitantei \underline{Y}_1 , iar cealalta

la bornele admitantei \underline{Y}_2 . Curentii corespunzatori fiind $\underline{Y}_1 \frac{U}{2}$ si $\underline{Y}_2 \frac{U}{2}$ curentul in circuitul bornelor scurtcircuitate va fi egal cu diferenta lor astfel ca pentru admitanta de scurtcircuit rezulta expresia :

$$\underline{Y}_{mk} = \left(\frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1} \right)_{\underline{U}_2=0} = \frac{\underline{Y}_1 - \underline{Y}_2}{2} \quad (22)$$

5. ANALIZA CUADRIPOLILOR ELEMENTARI

In situatia cind cuadripolul cu structura complexa se poate considera compus din cuadripoli mai simpli, interconectati intr-un anumit mod , ecuatiile intregii scheme pot fi stabilite pe baza ecuatiilor cuadripolilor componenti . Rezolvarea problemei este mult simplificata prin aplicarea calculului matricial . Dupa cum se stie , matricea cuadripolului compus se obtine din matricele cuadripolilor componenti , aplicind diferite reguli de calcul , in functie de modul de conectare al acestora .

Determinarea parametrilor cuadripolilor cu structura complexa in functie de parametrii cuadripolilor componenti necesita in mod evident cunoasterea acestora din urma . Expresiile matricelor cuadripolilor elementari sunt relativ simple si ele se determina printr-o metoda oarecare.

5.1. *CUADRIPOL CU UN SINGUR ELEMENT*

Cei mai simpli cuadripoli sunt formati dintr-o singura impedanta longitudinala sau dintr-o impedanta transversala (ca in fig. 2.) .

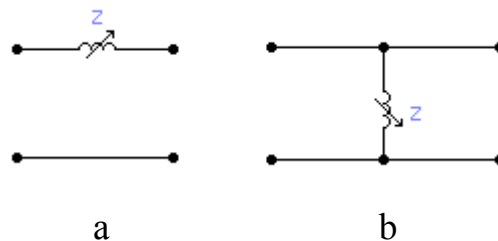


Fig. 2.

Cuadripoli cu un singur element :

- a) cu impedanta longitudinala ;
- b) cu impedanta transversala ;

Ecuatiile cuadripolului cu impedanta longitudinala (fig. 2.a) sunt :

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Matricea de lant a cuadripolului este prin urmare :

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Pentru cuadripolul cu impedanta transversala (fig. 2.b) sunt valabile ecuatiile :

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \underline{1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} \quad (25.)$$

de unde pentru matricea de lant $[A]$, rezulta expresia :

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \underline{1} & 1 \end{bmatrix} \quad (26.)$$

Daca in schema cuadripolara impedanta longitudinala (fig. 2.a) se considera $Z = 0$, sau in schema cuadripolara cu impedanta transversala (fig. 2.b) se considera $\underline{Z} = \infty$, se obtine cuadripolul cu legaturi directe reprezentat in fig. 3.

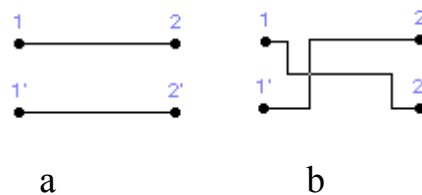


Fig. 3.
Cuadripolul cu legaturi : a) directe ; b) incrucisate

Introducind $\underline{Z} = 0$ in matricea (24) sau $\underline{Z} = \infty$ in matricea (26) se obtine matricea de lant a cuadripolului din fig.3a : $[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,
respectiv matricea de lant a cuadripolului din fig. 3.b : $[A] = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

5.2. CUADRIPOLUL IN Γ

Cuadripolul in Γ , reprezentat in fig. 4. a si b, se poate considera format dintr-un cuadripol cu impedanta transversala \underline{Z}_2 si un cuadripol cu impedanta longitudinala \underline{Z}_1 , conectati in lant :

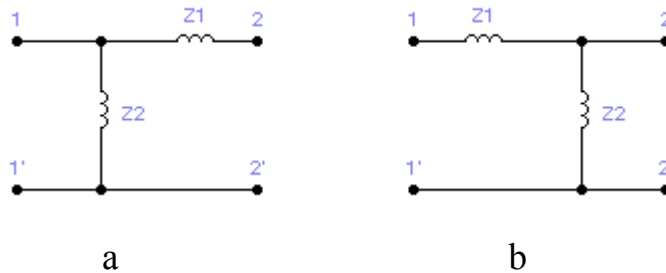


Fig. 4.

Cuadripol : a) in Γ ; b) in Γ intors ;

Matricea de lant a cuadripolului in Γ se obtine prin inmultirea matricelor de lant ale cuadripolilor componenti :

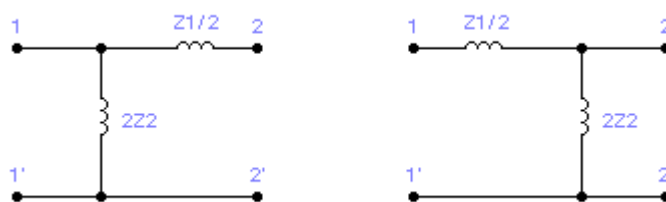
$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\underline{Z}_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z}_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z}_1 \\ \frac{1}{\underline{Z}_2} & 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Daca se inverseaza ordinea de asezare in lant a celor doi cuadripoli componenti se obtine cuadripolul in Γ intors . In acest caz se schimba corespunzator si ordinea produsului matricelor cuadripolilor componenti .

Astfel , matricea de lant a cuadripolului in Γ intors , este :

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z}_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\underline{Z}_2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} & \underline{Z}_1 \\ \frac{1}{\underline{Z}_2} & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

In teoria filtrelor electrice , impedantele longitudinala si transversala ale cuadripolului in Γ se noteaza obisnuit cu $\underline{Z}_1/2$, respectiv cu $2\underline{Z}_2$ (ca in figura 5.) .



a

b

Fig. 5.

Cuadripol : a) in Γ ; b) in Γ intors ;

Cu aceste notatii , expresiile parametrilor caracteristici pentru cuadripolul in Γ , devin :

$$\underline{Z}_{1C} = \underline{Z}_{\Pi} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}}} \quad (29)$$

$$\underline{Z}_{2C} = \underline{Z}_{\Gamma} = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}\right)} \quad (30)$$

Pentru cuadripolul in Γ intors , expresiile devin :

$$\underline{Z}_{1C} = \underline{Z}_{\Gamma} = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}\right)} \quad (31)$$

$$\underline{Z}_{2C} = \underline{Z}_{\Pi} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}}} \quad (32)$$

5.3 CUADRIPOLUL IN C

Daca impedanta longitudinala \underline{Z}_1 a cuadripolului in Γ intors , devine infinita se obtine cuadripolul in C (fig. 6.a) . In acelasi mod , daca impedanta longitudinala \underline{Z}_1 a cuadripolului in Γ intors , devine infinita se obtine cuadripolul in C intors (fig. 6.b) .

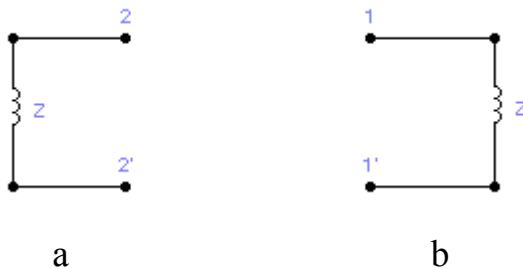


Fig. 6.

Cuadripolul : a) in C si b) in C intors

Pentru cuadripolul in C , matricea admitanta este :

$$[Y] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Z} \end{bmatrix} \quad (33)$$

iar pentru cuadripolul in C intors , matricea admitanta este :

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

5.4) CUADRIPOLUL IN U

Cuadripolul in U este reprezentat in fig. 7 , iar matricea

impedanta are expresia : $[Z] = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & -Z_2 \end{bmatrix}$ (35)

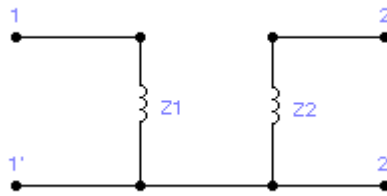


Fig. 7.
Cuadripolul in U

5.5 CUADRIPOLUL CU DOUA IMPEDANTE LONGITUDINALE

Fiecare dintre cele doua impedante longitudinale ale cuadripolului (reprezentat in fig. 8) este conectata intre o borna de intrare si borna de iesire corespunzatoare. Cuadripolul nu are matrice impedanta , iar pentru matricea de lant se obtine expresia :

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 + Z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

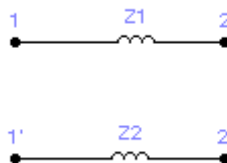


Fig. 8.
Cuadripol cu doua impedante longitudinale .

5.6. CUADRIPOLUL IN X

Daca se incruciseaza bornele de intrare sau de iesire ale cuadripolului din fig. 8. se obtine cuadripolul in X reprezentat in figura 9.

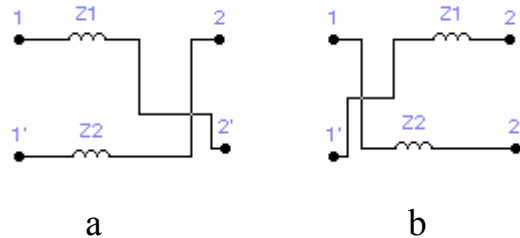


Fig. 9.
Cuadripolul in X

Cuadripolul in X poate fi considerat format prin conectarea in lant a cuadripolilor reprezentati in fig8. si fig.3b.

Facind produsul matricelor de lant ale celor doi cuadripoli componenti , se obtine matricea de lant a cuadripolului in X .

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & Z_1+Z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -Z_1-Z_2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (37.)$$

5.7. CUADRIPOLUL IN T

Cuadripolul in T , reprezentat in fig. 10, se poate considera format prin conectarea in serie a unui cuadripol in U si a unui cuadripol cu impedanta transversala .

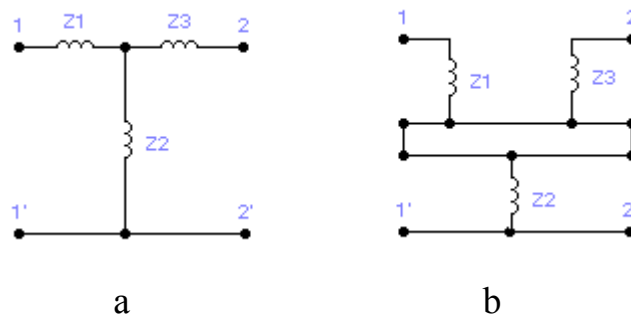


Fig. 10
Cuadripol in T nesimetric (a) , rezultat prin conectarea in serie a doi cuadripoli mai simpli (b).

Matricea impedanta a cuadripolului in T este egala cu suma matricelor impedanta ale cuadripolilor componentii . Cu notatiile din fig. 10 , se poate scrie :

$$[Z] = \begin{bmatrix} \underline{Z}_1 & 0 \\ 0 & -\underline{Z}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Z}_2 & -\underline{Z}_2 \\ \underline{Z}_2 & -\underline{Z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 & -\underline{Z}_2 \\ \underline{Z}_2 & -\underline{Z}_2 - \underline{Z}_3 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Cuadripolul in T se putea considera format si prin conectarea in lant a trei cuadripoli componentii mai simplii si anume , un cuadripol cu impedanta longitudinala \underline{Z}_1 , un cuadripol cu impedanta transversala \underline{Z}_2 , urmat de un cuadripol cu impedanta longitudinala \underline{Z}_3 .

Daca impedantele \underline{Z}_1 si \underline{Z}_3 sunt egale , cuadripolul in T este simetric . Cuadripolul in T simetric poate fi considerat format si prin conectarea in lant a doi cuadripoli in Γ , ca in figura 11 .

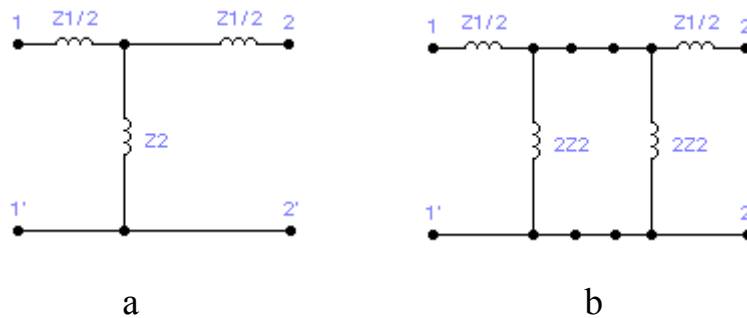


fig. 11

Cuadripol in T simetric (a) , rezultat prin conectarea in lant a doi cuadripoli in Γ (b) .

Trebuie relevat faptul ca , parametrii caracteristici ai cuadripolului in T se exprima in mod foarte simplu in functie de parametrii caracteristici ai cuadripolilor in Γ care-l compun . Impedanta caracteristica \underline{Z}_C a cuadripolului in T simetric este egala cu impedanta caracteristica corespunzatoare \underline{Z}_T a cuadripolului in Γ , adica :

$$\underline{Z}_C = \underline{Z}_T = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{4 \underline{Z}_2} \right)} \quad (39)$$

Cuadripolii in Γ fiind conectati in lant , este evident ca pentru cuadripolul in T simetric care rezulta , constanta de transfer va fi de doua ori mai mare decit constanta de transfer a cuadripolului component in Γ .

5.8. CUADRIPOLUL IN Π

In modul cel mai simplu , cuadripolul in Π , reprezentat in fig. 12 , se poate considera constituit prin conectarea in paralel a unui cuadripol in U si a unui cuadripol cu impedanta longitudinalala.

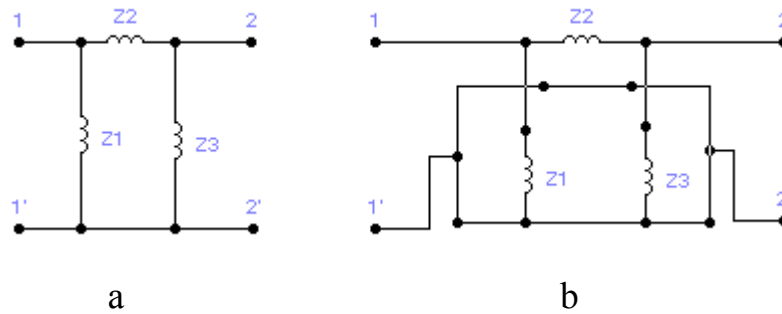


fig. 12

Cuadripolul in Π nesimetric (a) , rezultat prin conectarea in paralel a doi cuadripoli mai simpli (b) .

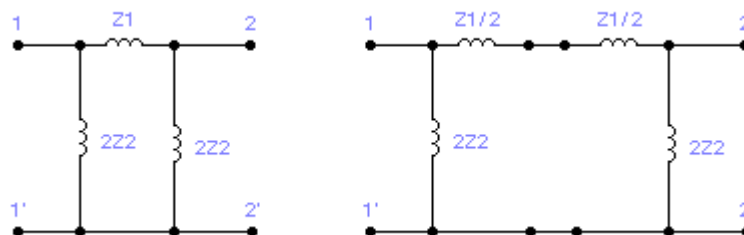
Insumind matricele admitanta ale cuadripolilor componenti , se obtine matricea admitanta a cuadripolului in Π nesimetric .

$$[Y] = \begin{bmatrix} \underline{Y}_1 & 0 \\ 0 & -\underline{Y}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Y}_2 & -\underline{Y}_2 \\ \underline{Y}_2 & -\underline{Y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 & -\underline{Y}_2 \\ \underline{Y}_2 & -\underline{Y}_2 - \underline{Y}_3 \end{bmatrix} \quad (40)$$

Daca in expresiile matricelor cuadripolului in Π nesimetric se considera $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_3$, se obtin matricele corespunzatoare ale cuadripolului in Π simetric . Astfel , matricea admitanta a cuadripolului in Π simetric , este :

$$[Y] = \begin{bmatrix} \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 & -\underline{Y}_2 \\ \underline{Y}_2 & -\underline{Y}_2 - \underline{Y}_1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

Cuadripolul in Π simetric se poate de asemenea considera format din doi cuadripoli in Γ conectati in lant , asa cum este prezentat in fig. 13 .



a

b

Fig. 13

Cuadripolul în Π simetric (a), rezultat prin conectarea în lant a doi cuadripoli în Γ (b).

5.9. CUADRIPOLUL ÎN PUNTE SIMETRIC

Cuadripolul în punte simetric este reprezentat în fig. 14 și se caracterizează prin faptul că impedanțele din laturile opuse ale punții sunt egale.

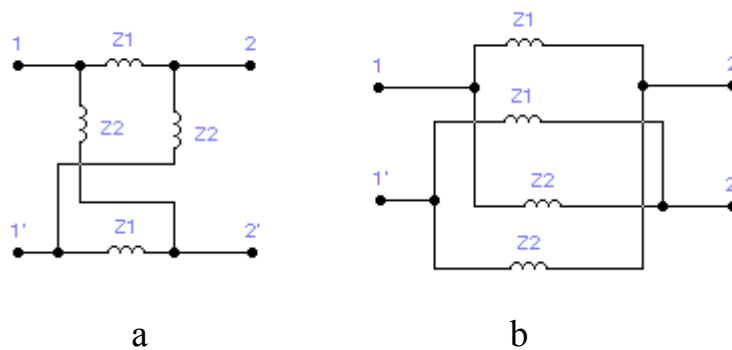


fig.14

Cuadripol în punte simetric (a) rezultat prin conectarea în paralel a unor cuadripoli mai simpli (b)

Cuadripolul în punte simetric poate fi considerat format prin conectarea în paralel a cuadripolilor din fig. 8 și 9.

Matricea de lant a cuadripolului în punte simetric este :

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2 - Z_1} & \frac{2Z_1 Z_2}{Z_2 - Z_1} \\ \frac{2}{Z_2 - Z_1} & \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2 - Z_1} \end{bmatrix} \quad (42)$$

6. FILTRE ELECTRICE .

6.1. GENERALITATI

Teoria filtrelor electrice constituie unul dintre cele mai importante domenii de aplicatie a teoriei cuadripolului .

Filtrul electric reprezinta un cuadripol pasiv , a carui constanta de atenuare este mica (sau nula daca filtrul se considera fara pierderi) in anumite intervale de frecventa , numite intervale de trecere, sau benzi de trecere ; in celelalte intervale de frecventa , numite intervale de eliminare sau benzi de oprire , constanta de atenuare este foarte mare. In teoria filtrelor electrice filtrele se presupun inchise pe impedantele caracteristice.

Filtrele electrice sunt formate din una sau mai multe celule , numite si sectiuni de filtrare , conectate in lant. Acestea reprezinta , in general, structuri cuadripolare in Γ , in T, in Π , in punte sau altele.

Sunt mai multe criterii de clasificare a filtrelor electrice.

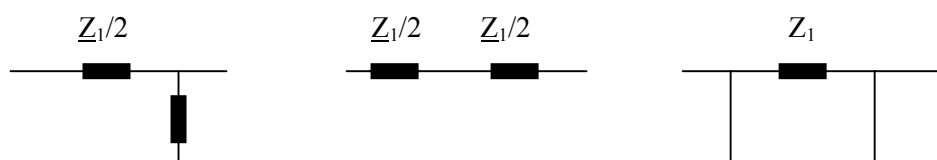
Din punct de vedere al benzilor de trecere sau de oprire in spectrul de frecvente, se deosebesc : filtru trece jos , filtru trece sus , filtru trece banda, filtru opreste banda si filtru in pieptene . Se numeste filtru trece jos , respectiv filtru trece sus, dupa cum una din frecventele limita a benzii de trecere este nula , respectiv infinita.

Daca banda de trecere este cuprinsa intre doua frecvente finite si diferite de zero , filtrul se numeste filtru trece banda . Filtrul se numeste opreste banda, daca banda de oprire este cuprinsa intre doua frecvente finite si diferite de zero . Daca un filtru are mai multe benzi de trecere si de oprire care alterneaza , el se numeste filtru in pieptene. Limitele benzilor de oprire se numesc si frecvente de taiere . Din punct de vedere al elementelor componente , intilnim : filtre cu elemente reactive (filtre LC) ; filtre RC ; filtre ceramice , filtre cu unda de suprafata , filtre cu rezonatoare piezo- electrice etc .

6.2. DETERMINAREA BENZILOR DE TRECERE SI DE OPRIRE

6.2.1. FILTRE DE TIP K

In figura nr.15 sunt reprezentate structurile cuadripolare in Γ , in T simetric , si in Π simetric , folosite pe scara larga la realizarea filtrelor electrice . Ultimele doua structuri rezulta prin conectarea in lant a doi cuadripoli in Γ .



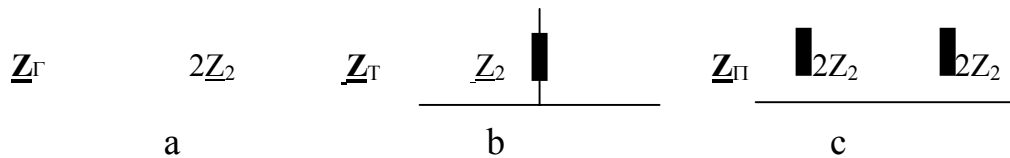


Figura nr.15

Structuri cuadripolare in Γ (a) , in T simetric (b) si in Π simetric (c)

Constanta de transfer $g/2$ a filtrului in Γ , inchis pe impedanta caracteristica , se determina cu expresia :

$$\text{Sh } \underline{g}/2 = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}} \quad (43)$$

Constanta de transfer g a filtrului in T simetric si in Π simetric , este de doua ori mai mare decit constanta de transfer a structurii componente in Γ .

Din relatia (43) se poate deduce expresia : $\text{ch } \underline{g} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2}$ (44)

Pentru a determina impedantele caracteristice \underline{Z}_T si \underline{Z}_{Π} , vom utiliza relatiile urmatoare :

$$\underline{Z}_T = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2} \right)} \quad (45)$$

$$\underline{Z}_{\Pi} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}}} \quad (46)$$

Daca impedantele \underline{Z}_1 si \underline{Z}_2 care intervin in structurile din fig.15 sunt marimi inverse , iar puterea de inversiune este o constanta reala , independenta de frecventa , adica :

$$\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 = K^2 \quad (47)$$

filtrele respective se numesc filtre de tip K.

Este usor de observat ca in acest caz si produsul impedantelor caracteristice \underline{Z}_T si \underline{Z}_Π este de asemenea egal cu K^2 .

Intradevar, inmultind relatiile (45) si (46) se obtine:

$$\underline{Z}_T \underline{Z}_\Pi = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 = K^2 \quad (48)$$

Se poate arata ca, un cuadripol format numai din inductivitati, sau numai din capacitati, nu poseda proprietati de filtru electric. Cu alte cuvinte, in acest caz nu exista intervale de frecventa in care constanta de atenuare este nula. Intradevar, sa admitem ca impedantele \underline{Z}_1 si \underline{Z}_2 ale cuadripolului (fig.15) sunt reprezentate de reactantele cu acelasi semn, adica

$$\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= +jX_1 & \underline{Z}_1 &= -jX_1 \\ \underline{Z}_2 &= +jX_2 & \underline{Z}_2 &= -jX_2 \end{aligned} \quad (49)$$

cu semnul plus daca elementele componente sunt inductivitati si semnul minus daca sunt capacitati.

In fig.16 sunt reprezentate schemele electrice ale filtrelor de tip K: filtre trece jos, filtre trece sus, filtre trece banda, filtre opreste banda.

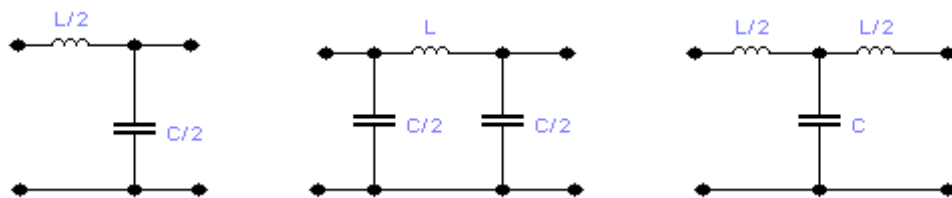


Fig 16. a

SCHEMELE ELECTRICE ALE FILTRELOR TIP K:

a) filtre trece jos

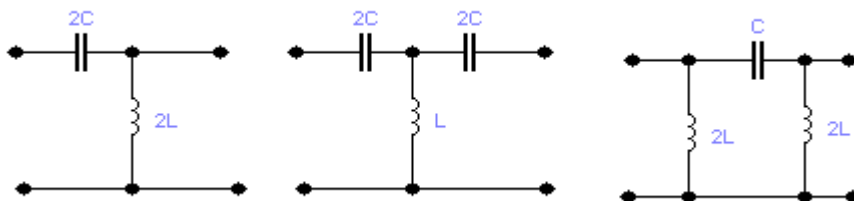


Fig 16.b

SCHEMELE ELECTRICE ALE FILTRELOR TIP K:

b) filtre trece sus

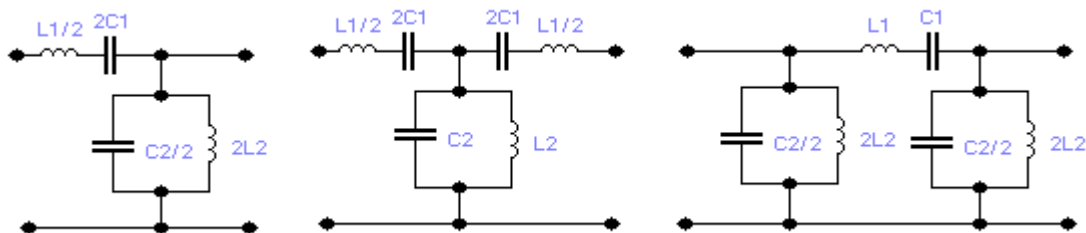


Fig 16.c

SCHEMELE ELECTRICE ALE FILTRELOR TIP K :

c) filtre trece banda

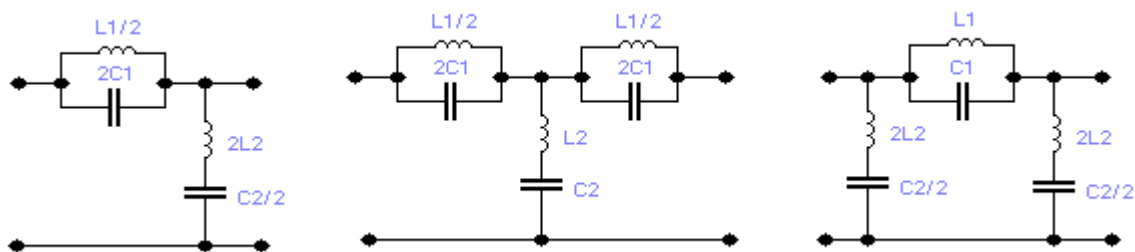


Fig 16.d

SCHEMELE ELECTRICE ALE FILTRELOR TIP K :

d) filtre opreste banda

Relatia (43) se poate scrie si sub forma :

$$\text{Sh } \underline{g}/2 = \text{Sh} \left(\frac{b}{2} + \frac{ja}{2} \right) = \text{Sh} \frac{b}{2} \cos \frac{a}{2} + j \text{Ch} \frac{b}{2} \sin \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}} \quad (50)$$

din care , separind partile reala si imaginara , se obtin expresiile :

$$\text{Sh} \frac{b}{2} \cos \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}} \quad (51)$$

$$\text{Ch} \frac{b}{2} \sin \frac{a}{2} = 0 \quad (52)$$

Deoarece cosinusul hiperbolic de argument real nu poate fi egal cu zero ($\text{Ch} \frac{b}{2} \geq 1$), din relatia (52) rezulta ca $\sin \frac{a}{2} = 0$.

In acest caz $\cos \frac{a}{2} = \pm 1$, astfel ca

$$\operatorname{Sh} \frac{b}{2} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}} \quad (53)$$

ceea ce arata ca : $b > 0$.

Pentru ca sa existe intervale de frecventa in care constanta de atenuare a cuadripolului sa fie nula, deci cuadripolul sa aiba proprietati de filtru electric, este necesar ca reactantele sa fie de semn contrar, adica :

$$\begin{array}{l} \underline{Z}_1 = +jX_1 \\ \underline{Z}_2 = -jX_2 \end{array} \quad \text{sau} \quad \begin{array}{l} \underline{Z}_1 = -jX_1 \\ \underline{Z}_2 = +jX_2 \end{array} \quad (54)$$

In acest caz
$$\operatorname{Sh} \frac{g}{2} = \pm j \sqrt{\frac{X_1}{4X_2}} \quad (55)$$

de unde, dupa separarea partilor reala si imaginara, se obtine :

$$\operatorname{Sh} \frac{b}{2} \cos \frac{a}{2} = 0 \quad (56)$$

$$\operatorname{Ch} \frac{b}{2} \sin \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{X_1}{4X_2}} \quad (57)$$

Ecuatia (56) este satisfacuta daca :

$$\operatorname{Sh} \frac{b}{2} = 0 \quad (58)$$

$$\cos \frac{a}{2} = 0 \quad (59)$$

Relatia (58) corespunde benzilor de trecere ale filtrului ($b=0$). Constanta de faza a filtrului in benzile de trecere rezulta din relatia (57), in care se introduce $\operatorname{Ch} \frac{b}{2} = 1$. Se obtine expresia :

$$\sin \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{X_1}{4 X_2}} \quad (60)$$

Relatia (59) corespunde benzilor de eliminare . In acest caz :

$\sin \frac{a}{2} = \pm 1$, respectiv $a = \pm \pi$. Tinind seama de aceste valori , din relatia (57) rezulta expresia :

$$\operatorname{Ch} \frac{b}{2} = \sqrt{\frac{X_1}{4 X_2}} \quad (61)$$

pe baza careia se poate calcula constanta de atenuare a filtrului , in functie de frecventa .

Aplicarea teoriei cuadripolului permite determinarea pe cale simpla a benzilor de trecere , respectiv de oprire a filtrelor electrice.

In cazul filtrelor cu elemente reactive ideale , este evident faptul ca rapoartele tensiunilor in gol sau ale curentilor in scurtcircuit sunt marimi reale. Referitor la constanta \underline{A}_{11} a unui filtru simetric si tinind seama de faptul ca $\underline{A}_{11} = \operatorname{Ch} \underline{g}$, inseamna ca si $\operatorname{Ch} \underline{g}$ trebuie sa fie real . Se poate deci scrie :

$$\operatorname{Ch} \underline{g} = \operatorname{Ch} (b + ja) = \operatorname{Ch} b \cos a + j \operatorname{Sh} b \sin a = A_{11} \quad (62)$$

de unde , separind partile reala si imaginara , se obtine :

$$\operatorname{Ch} b \cos a = A_{11} \quad (63)$$

$$\operatorname{Sh} b \sin a = 0 \quad (64)$$

Ecuatia (64) este satisfacuta , daca :

$$\operatorname{Sh} b = 0 , \text{ respectiv } b=0 \quad (65)$$

Sau $\sin a = 0$, respectiv $a = 0, \pi$. (66)

Prima solutie (65) corespunde intervalelor de trecere ($b=0$) .

Din relatia (63) unde se introduce $\operatorname{Ch} b = 1$, se obtine :

$$\cos a = A_{11} . \quad (67)$$

Tinind seama de valorile pe care le poate lua cosinusul trigonometric , din relatia (67) rezulta ca benzile de trecere ale filtrului corespund intervalelor de frecventa in care raportul A_{11} al tensiunilor in gol este cuprins intre valorile -1 si +1 , adica :

$$-1 < A_{11}(\omega) < 1. \quad (68)$$

Cea de-a doua solutie (66) corespunde intervalelor de oprire. In acest caz , din relatia (63) se obtine : $\operatorname{Ch} b = \pm A_{11}$ (69)

Deoarece cosinusul hiperbolic nu poate sa aiba o valoare mai mica decat unu , rezulta ca benzile de oprire ale filtrului corespund intervalelor de frecventa in care valoarea lui A_{11} este in afara domeniului -1 si $+1$.

Pentru a determina benzile de trecere si de oprire ale filtrului , respectiv frecventele care delimiteaza aceste intervale , se obisnuieste sa se reprezinte raportul A_{11} al tensiunilor in gol in functie de frecventa dispusa pe abscise.

Abscisele punctelor de intersectie ale acestei curbe cu cele doua paralele la axa absciselor , corespunzatoare ordonatelor $+1$ si -1 , reprezinta frecventele limita ale benzilor .

In figura 17a este aratata calitativ curba lui A_{11} pentru un filtru trece banda .

Filtrul posedea o banda de trecere cuprinsa in intervalul de frecvente : $f_1 < f < f_2$ si doua benzi de oprire cuprinse in intervalele de frecvente $0 < f < f_1$ si $f_2 < f < \infty$.

In banda de trecere constanta de atenuare este nula (filtrul perfect) . In benzile de oprire constanta de atenuare se calculeaza cu ajutorul relatiei (69) . In figura 17b este reprezentata caracteristica de frecventa a constantei de atenuare pentru un astfel de filtru (caracteristica atenuarii) .

In realitate , datorita pierderilor in bobine si condensatoare , constanta de atenuare nu este nula in banda de trecere . Ea are o valoare mica ce se poate calcula din expresia constantei de transfer .

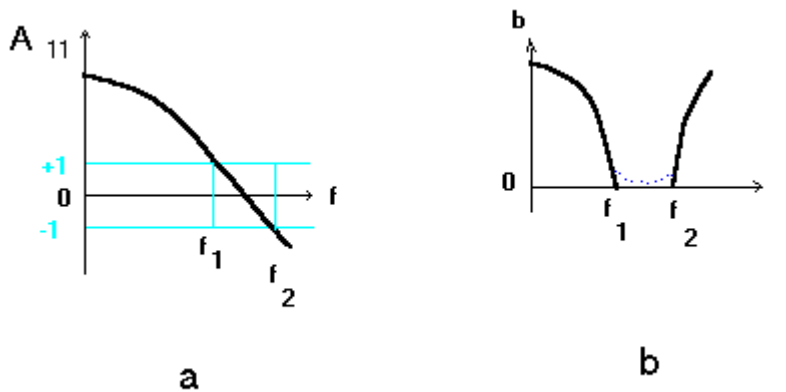


Figura 17

Curba lui A_{11} in functie de frecventa (a)
si caracteristica constantei de atenuare (b)

In fig. 17 b este reprezentata cu linie punctata modificarea caracteristicii de atenuare in banda de trecere ca urmare a pierderilor .

Cu cit elementele componente ale unui filtru au factori de calitate mai

mari , cu atit el se apropie de un filtru perfect .
Tinind seama de relatia :

$$\text{Ch } g = 1 + 2\text{Sh}^2 \frac{g}{2} = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \quad (70)$$

pentru cuadripolul in T simetric si in Π simetric , conditia exprimata de relatia (68) devine :

$$-1 \leq 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \leq 1 \quad (71') \quad \text{sau} \quad -2 \leq \frac{Z_1}{2Z_2} \leq 0 \quad (71'')$$

Dupa impartirea cu doi ,se obtine :

$$-1 \leq \frac{Z_1}{2Z_2} \frac{1}{2} \leq 0 \quad (72)$$

Frecventele limita satisfac deci conditiile :

$$Z_1 = -4Z_2 \quad \text{si} \quad Z_1 = 0 \quad (73)$$

Aceste frecvente se pot determina pe cale analitica sau pe cale grafica ,
daca se cunosc caracteristicile de frecventa ale impedantelor Z_1 si Z_2 .
Pentru determinarea benzilor de trecere si de oprire ne putem referi si la
impedantele caracteristice ale filtrului (45) si (46) .
Deoarece constanta de atenuare nu poate fi nula decit daca impedantele
 Z_1 si Z_2 ale filtrului au semne contrare , rezulta ca in acest caz :

$$\frac{Z_1}{4Z_2} \leq 0 \quad (74)$$

iar produsul $Z_1 Z_2$ este o marime reala .

Impedantele caracteristice sunt marimi reale, daca :

$$1 + \frac{Z_1}{4Z_2} \geq 0 \quad \text{adica :} \quad -1 \leq \frac{Z_1}{4Z_2} \quad (75)$$

Se observa ca relatiile (74) si (75) corespund conditiei exprimata de
relatia (72). Cu alte cuvinte , in benzile de trecere ale filtrului impedantele
caracteristice sunt marimi reale . In benzile de oprire ale filtrului
impedantele caracteristice sunt marimi imaginare .

Tinind seama de expresia impedantei caracteristice in functie de
impedantele in gol si scurtcircuit :

$$Z_C = \sqrt{Z_0 Z_K} \quad (76)$$

mai rezulta faptul ca in benzile de trecere impedanta in gol Z_0 si impedanta
in scurtcircuit Z_K sunt de semne contrare . Plecind de la caracteristicile de
frecventa ale impedantelor in gol si in scurtcircuit se poate stabili pe cale
grafica , in mod simplu , benzile de trecere si de oprire ale filtrului . In

fig. 18a sunt reprezentate caracteristicile de frecventa ale impedantelor in gol si in scurtcircuit ale unui filtru trece banda , iar in fig. 18b este prezentata caracteristica de frecventa a impedantei caracteristice corespunzatoare.

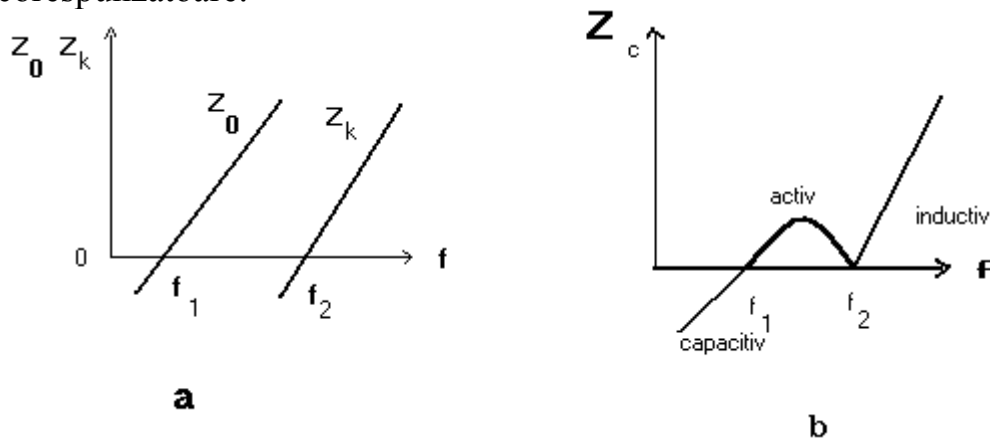


Figura 18

Caracteristicile de frecventa ale impedantelor in gol si in scurtcircuit (a) si a impedantei caracteristice (b) , pentru un filtru trece banda

In intervalul de trecere , cuprins intre frecventele f_1 si f_2 , impedantele in gol si in scurtcircuit au semne contrare ; impedanta caracteristica corespunzatoare este reala . In afara acestui interval , impedantele in gol si in scurtcircuit au acelasi semn , iar impedanta caracteristica este imaginara ; pentru $f < f_1$ impedanta caracteristica are caracter capacitiv , iar pentru $f > f_2$ impedanta caracteristica are caracter inductiv .

Pentru filtrele tip K , care satisfac relatiile (47) si (48) , impedantele caracteristice devin :

$$\underline{Z}_T = K \sqrt{1 - \left(\frac{K}{2X_2}\right)^2} = K \sqrt{1 - \left(\frac{X_1}{2K}\right)^2} \quad (77)$$

$$\underline{Z}_\Pi = \frac{K}{\sqrt{1 - \left(\frac{K}{2X_2}\right)^2}} = \frac{K}{\sqrt{1 - \left(\frac{X_1}{2K}\right)^2}} \quad (78)$$

In acest caz , la valoarea data a lui K , este suficient sa se cunoasca numai caracteristica de frecventa a reactantei X_1 sau numai a reactantei X_2 .

In figura 19 sunt reprezentate caracteristicile de frecventa ale constantei de atenuare si constantei de faza, pentru filtrele de tip K reprezentate in fig.16. Filtrele tip K desi reprezinta constructii simple au insa si unele dezavantaje. Caracteristicile de frecventa ale constantei de atenuare au pante prea line in apropierea frecventelor de taiere , astfel ca nu se poate asigura o separare precisa a benzilor . De asemenea , impedantele caracteristice \underline{Z}_T si \underline{Z}_Π

variaza mult cu frecventa in banda de trecere , din care cauza adaptarea sarcinii se poate face practic numai intr-o portiune limitata a benzii de trecere. Dezavantajele filtrelor tip K sunt in parte inlaturate la filtrele tip M. Acestea pot fi analizate pe baza acelorasi principii.

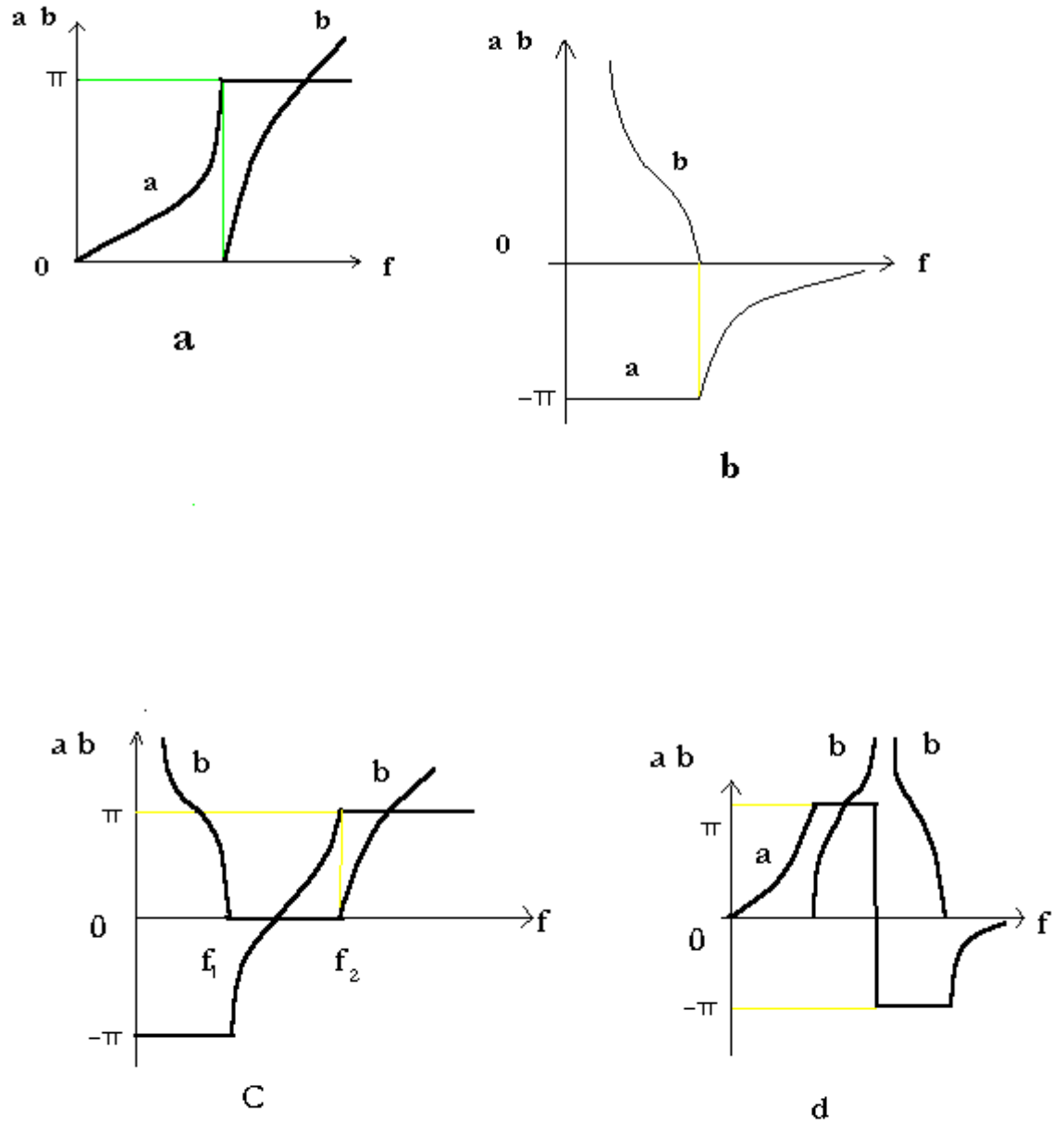


Figura 19

Caracteristicile de frecventa ale constantei de atenuare si a constantei de faza pentru filtrele tip K :

- a) filtru trece jos ; b) filtru trece sus ;
 c) filtru trece banda ; d) filtru opreste banda

6.2.2. FILTRE IN PUNTE

In figura 20 sunt reprezentate schemele electrice pentru citeva filtre electrice in punte :

- a) filtru trece jos ; b) filtru trece sus ;
 c) filtru trece banda ; d) filtru opreste banda .

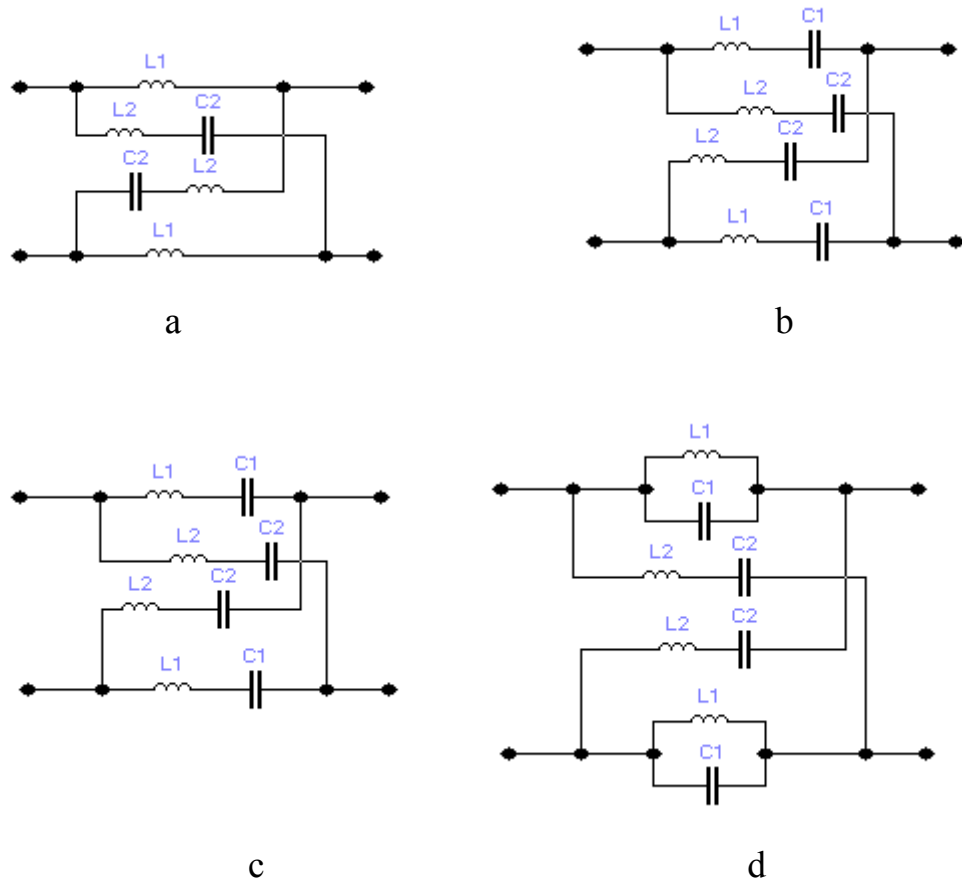


Figura 20

Schemele electrice pentru citeva filtre electrice in punte :

- a) filtru trece jos ; b) filtru trece sus ;
 c) filtru trece banda ; d) filtru opreste banda .

Impedanta caracteristica si constanta de transfer a filtrului in punte simetric sunt date de relatiile :

$$\underline{Z}_C = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2} \quad \text{tg } \frac{g}{2} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}} \quad (79)$$

In banda de trecere impedantele \underline{Z}_1 si \underline{Z}_2 avind semne contrare ,
inseamna ca radicalul $\sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}}$ are valori imaginare ,
iar radicalul $\sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}$ are valori reale .

$$\text{Constanta de faza se determina din relatia : } \text{tg } \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}} \quad (80)$$

In banda de oprire impedantele \underline{Z}_1 si \underline{Z}_2 au acelasi semn .
Pot interveni doua cazuri :

$$a = 0$$

sau

$$a = \pm \pi$$

In primul caz :

$$\text{tg } \frac{g}{2} = \text{th } \frac{b}{2} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}} \quad (81)$$

Deoarece tangenta hiperbolica nu poate depasi valoarea unu ,
relatia (81) corespunde conditiei $|\underline{Z}_1| < |\underline{Z}_2|$.

In al doilea caz :

$$\text{cth } \frac{g}{2} = \text{cth } \frac{b}{2} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}} \quad (82)$$

Relatia (82) corespunde conditiei $|\underline{Z}_1| > |\underline{Z}_2|$, deoarece cotangenta
hiperbolica nu poate fi mai mica decit unu .

Daca $|\underline{Z}_1| = |\underline{Z}_2|$, constanta de atenuare a filtrului este infinita ,
deoarece $\text{th } \frac{b}{2} = 1$.

Acest caz corespunde conditiei de echilibru a puntii , cind tensiunea
la bornele de iesire este nula .

Posibilitatea alegerii independente una de alta a impedantei
caracteristice si a constantei de transfer (81) , constituie unul dintre
avantajele filtrelor in punte fata de filtrele in gama , T sau Π .

6.2.3. FILTRE PASIVE DE TIP DERIVATIV „ m „

Impedanta caracteristica a unui filtru de tip K constant variaza mult in banda de trecere cu frecventa . In aceasta situatie realizarea adaptarii este dificila deoarece impedanta sursei si impedanta de sarcina sunt fie rezistive , fie prezinta variatii in frecventa diferite de variatia impedantei caracteristice . In al doilea rind , delimitarea benzii de trecere fata de banda de oprire este insuficient de neta la filtrele de tip K constant .

Din aceste motive s-au realizat filtre care prezinta o atenuare foarte mare , teoretic infinita in banda de oprire , in apropierea frecventelor de taiere . Acest lucru se asigura prin introducerea unui circuit selectiv serie intr-o latura derivatie sau a unui circuit selectiv derivatie intr-o latura serie a unui filtru de tip K constant .

Filtrele obtinute in acest fel se numesc filtre derivate m din filtre de tip K constant . Ele trebuie sa satisfaca urmatoarele conditii :

- Sa aiba o atenuare infinita in banda de oprire , in vecinatatea frecventelor de taiere ;
- Sa aiba aceeasi impedanta caracteristica ca si filtrele din care deriva , pentru a putea lucra in lant adaptate cu ele .

Filtru de tip K constant asupra caruia se aplica operatia de derivare se numeste filtru prototip . Daca filtrul prototip este in T , derivarea se numeste serie (T) , iar daca filtrul prototip este in Π , derivarea se numeste paralel (Π) .

- Derivarea m serie

Filtrul derivat m serie in T are structura de baza prezentata in figura 21 .

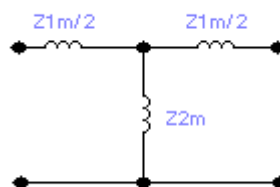


Figura 21

Filtrul derivat m serie in T

Se admite in mod arbitrar ca :

$$Z_{1m} = mZ_1 \quad (83)$$

m numindu-se coeficient sau parametru de derivare .

Impedanta Z_{2m} se deduce din conditia de conservare a impedantei caracteristice .

$$Z_{2m} = \frac{1}{m} Z_2 + \frac{1-m^2}{4m} Z_1 \quad (84)$$

Structurile filtrelor derivate m serie in T si m serie in π , sunt reprezentate in figurile 22 a) si b) .

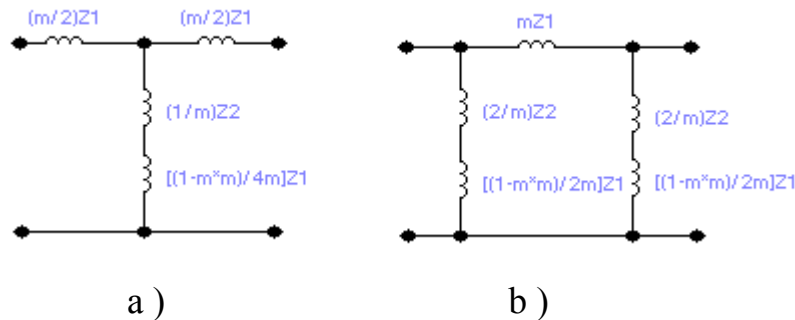


Figura 22

Structurile filtrelor derivate m serie in T si m serie in π

Pentru ca impedantele din ramurile derivatie ale filtrelor ale filtrelor derivate m sa nu fie niciodata negative este necesar si suficient ca $0 < m < 1$.

Frecventele de taiere ale celor doua filtre derivate m serie sunt egale si coincid cu frecventele de taiere ale filtrului prototip .

Cele doua filtre derivate m serie au aceleasi caracteristici de atenuare si de defazare .

Impedantele caracteristice ale filtrelor de tip K constant prototip si derivat m serie in T (cu aceeasi schema) fiind identice , ele variaza la fel cu frecventa , fiind in acelasi domeniu de frecventa rezistente sau reactante pure .

b) Derivarea m paralel

Filtrul derivat m paralel in π are structura de baza prezentata in figura 23 .

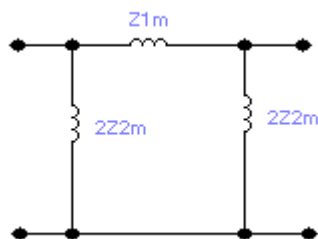


Figura 23

Se alege in mod arbitrar :

$$Z_{2m} = \frac{1}{m} Z_2 \quad (85)$$

Din conditia de egalitate a impedantelor caracteristice ale filtrului prototip si ale filtrului derivat m paralel in π se obtine :

$$\frac{1}{Z_{1m}} = \frac{1}{m} \frac{1}{Z_1} + \frac{1-m^2}{4m} \frac{1}{Z_2} \quad (86)$$

Schemele filtrelor derivat m paralel in π si derivat m paralel in T sunt reprezentate in figura 24 .

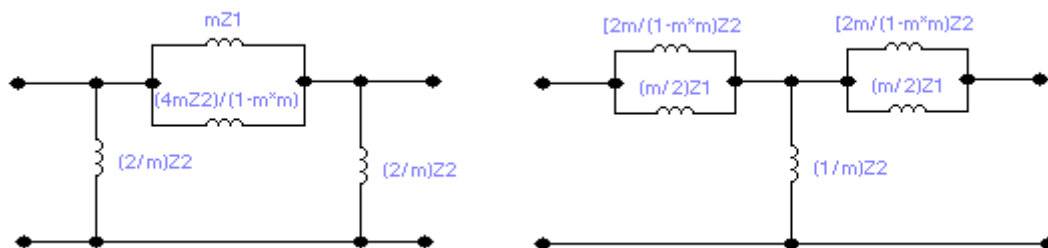


Figura 24

Schemele filtrelor derivat m paralel in π si derivat m paralel in T

Pentru ca impedantele sa rezulte realizabile este necesar si suficient ca $0 < m < 1$.

Cele doua filtre derivate m paralel au frecvente de taiere egale , care coincid cu frecventele de taiere ale filtrului prototip . Caracteristicile de atenuare si de defazare ale celor doua filtre derivate m paralel coincid . Filtrul derivat m paralel in π are aceeasi impedanta caracteristica cu a filtrului de tip K constant prototip .

Pentru filtrele derivate m serie si paralel se poate scrie relatia :

$$\text{ch } g = 1 + \frac{Z_{1m}}{2Z_{2m}} \quad (87)$$

Daca filtrul prototip este realizat cu reactante pure , atunci

$Z_{1m}(\omega)$ și $Z_{2m}(\omega)$ sunt reactante pure și g este un număr real. Banda de trecere în care $a = 0$ este definită de frecvențele pentru care :

$$-1 < x < 1 \quad (88)$$

Banda de oprire se caracterizează prin trei valori diferite pentru defazarea b . În cazul când $b = 0$ atenuarea devine infinită la o frecvență pentru care este satisfăcută egalitatea :

$$X_\alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} \quad (89)$$

De asemenea, când $|x|$ tinde la infinit, atenuarea tinde spre o valoare constantă dată de relația :

$$\text{sh} \frac{a}{2} = \frac{m}{\sqrt{1-m^2}} \quad (90)$$

valoare care este cu atât mai mică cu cât m este mai mic. În aceeași situație, când $b = 0$ atenuarea se poate calcula cu formula :

$$\text{sh} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{-m^2 x^2}{1-(1-m^2)x^2}} \quad (91)$$

Funcția $\text{sh} \frac{a}{2}$ este definită în banda de oprire pentru :

$$x < -\frac{1}{\sqrt{1-m^2}} \quad \text{și} \quad x > \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} \quad (92)$$

Dacă $b = \pi$ sau $b = -\pi$ atenuarea este dată de relația :

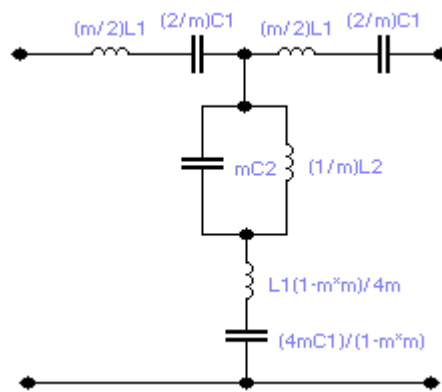
$$\text{sh} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2(1-m^2)}} \quad (93)$$

Funcția de mai sus este definită în banda de oprire pentru :

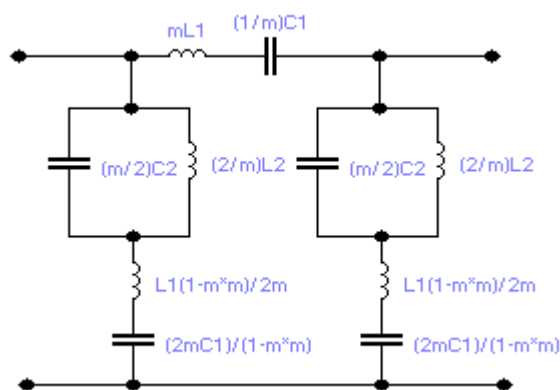
$$-\frac{1}{\sqrt{1-m^2}} < x < -1 \quad \text{și} \quad 1 < x < \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} \quad (94)$$

6.2.4. FILTRU PASIV TRECE BANDA DE TIP DERIVAT m

Sectiunile derivate m serie au schemele electrice reprezentate in figurile 25 a) si b) , iar sectiunile derivate m paralel au schemele electrice reprezentate in figurile 26 a) si b)



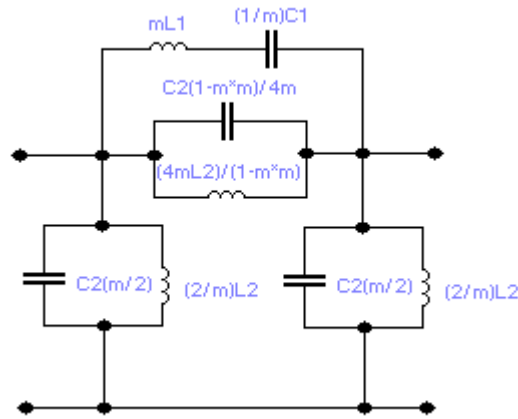
a)



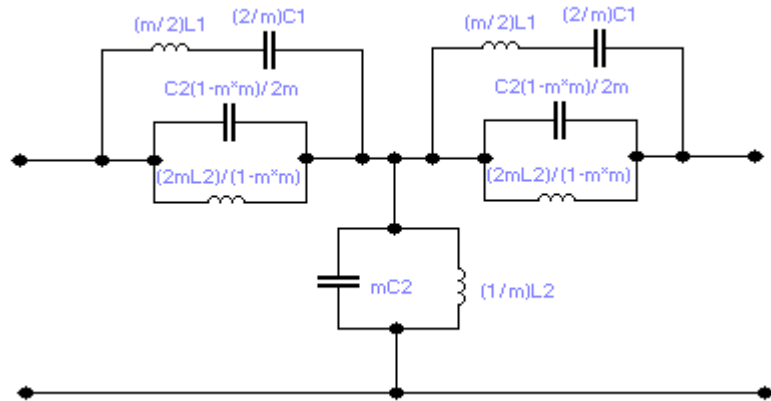
b)

Figura 25 a) si b)

Schemele electrice ale filtrelor derivate m serie



a)



b)

Figura 26 a) si b)

Schemele electrice ale filtrelor derivate m paralel

Pentru calculul unui filtru derivat m trece banda se determina intii valorile elementelor L_1 , C_1 , L_2 , C_2 cu relatiile cunoscute de la filtrul de tip K constant .

$$L_1 = \frac{R}{\pi(f_{c2} - f_{c1})} \quad (95)$$

$$C_1 = \frac{f_{c2} - f_{c1}}{4\pi R f_{c2} f_{c1}} \quad (96)$$

$$L_2 = \frac{R(f_{c2} - f_{c1})}{4\pi f_{c1} f_{c2}} \quad (97)$$

$$C_2 = \frac{1}{\pi R(f_{c2} - f_{c1})} \quad (98)$$

Se determina apoi parametrul de derivare m cu relatia :

$$m = \sqrt{1 - \frac{(f_{c2} - f_{c1})^2}{(f_{\infty 2} - f_{\infty 1})^2}} \quad (99)$$

si se stabilesc valorile schemei alese pentru filtrul derivat m .
Stiind ca parametrul x a fost introdus cu relatia :

$$\frac{Z_1(\omega)}{4Z_2(\omega)} = -x^2 \quad (100)$$

pentru filtrul derivat m trece banda se obtine :

$$x = \frac{f^2 - f_0^2}{f(f_{c2} - f_{c1})} \quad (101)$$

unde f_0 este frecventa de acord a circuitelor selective serie L_1, C_1 si derivatie L_2, C_2 , din bratele serie si respectiv derivatie ale filtrului prototip de tip K constant.

$$f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 L_1 C_1} = \frac{1}{4\pi^2 L_2 C_2} \quad (102)$$

6.3. CIRCUITE DE ATENUARE

Circuitele de atenuare (atenuatoarele) sunt cuadripoli diporti care se introduc in lanturile de transmisie in scopul fixarii sau reglarii nivelului de atenuare a tensiunii , curentului sau puterii la valori dorite . Atenuatoarelor li se pot impune si conditii suplimentare , ca de exemplu realizarea adaptarii intre doua porti , pentru evitarea reflexiilor cu pretul introducerii unor pierderi suplimentare . Sursele de semnal au in general impedantele interne de valori finite . Daca se doreste ca marimea tensiunii de intrare sa nu depinda de valorile elementelor atenuatorului , adica de atenuare , trebuie ca atenuatorul sa prezinte o impedanta de intrare constanta in raport cu atenuarea tensiunii . Se poate realiza acest lucru daca atenuatorul lucreaza pe impedante imagine , iterative sau caracteristica ale unui atenuator compus din elemente reactive care sunt in general reactante de acelasi tip .

Dar impedantele interne ale surselor de semnal sunt de obicei rezistive , motiv pentru care este de dorit ca impedantele imagine , iterative sau caracteristica ale atenuatorului sa fie tot rezistive . Se pot obtine impedantele de mai sus rezistive , daca atenuatorul contine elemente reactive de ambele tipuri . In aceasta situatie pot insa aparea fenomene de rezonanta si frecvente de taiere , care conduc la variatii ale atenuarii cu frecventa . Datorita acestor inconveniente , se prefera utilizarea atenuatoarelor formate numai din rezistoare .

a) ATENUATOR IN T NESIMETRIC LUCRIND PE REZISTENTA IMAGINE

Schema in T a unui astfel de atenuator este reprezentata in fig.27

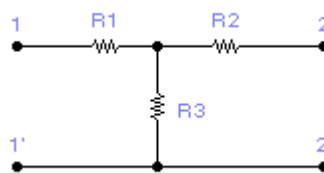


figura 27
Atenuator in T nesimetric

Cele trei rezistoare care apar in schema se vor calcula cu relatiile :

$$R_1 = R_{I1} \operatorname{cth} a_l - R_3 \quad (103)$$

$$R_2 = R_{I2} \operatorname{cth} a_l - R_3 \quad (104)$$

$$R_3 = \frac{\sqrt{R_{I1} R_{I2}}}{\operatorname{sh} a_l} \quad (105)$$

Rezistentele atenuatorului rezulta pozitive daca radacina patrata din cel mai mare raport al rezistentelor imagine este mai mica decit $\operatorname{ch} a_l$.

b) Atenuator in Γ lucrind pe rezistenta iterativa

Schema electrica a unui atenuator in Γ nesimetric este reprezentata in fig. 28

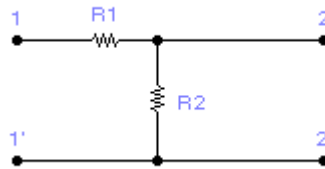


fig. 28

Atenuator in Γ lucrind pe rezistenta iterativa

Calculul unui astfel de circuit urmareste determinarea rezistentelor R_1 si R_2 , atunci cind se impun rezistenta iterativa intrare -iesire R_{k1} si constanta de atenuare iterativa a_k . Relatiile de calcul sunt urmatoarele :

$$R_1 = R_{k1} \left(1 - \frac{1}{e^{ak}} \right) \quad (106)$$

$$R_2 = \frac{R_{k1}}{e^{ak} - 1} \quad (107)$$

c) Atenuator in T podit lucrind pe rezistenta caracteristica

Schema electrica a unui atenuator in T podit simetric este reprezentata in fig. 29

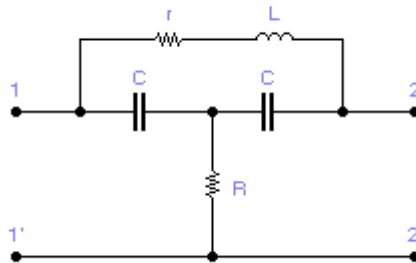


fig. 29

Schema electrica a atenuatorului in T podit simetric

Se observa ca atenuatorul in T podit simetric este format din doi diporti conectati in paralel . Frecventa de atenuare infinita se calculeaza cu relatia :

$$f_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{2LC}} \quad (108)$$

La frecventa de atenuare infinita este necesar sa fie satisfacuta si relatia :

$$R_r = \frac{L}{2C} \quad (109)$$

Diportul in T podit se utilizeaza ca circuit selectiv sau pentru masurarea frecventelor inalte . In acest caz , se regleaza valorile elementelor R si C pina cind tensiunea la iesire se anuleaza si apoi se calculeaza frecventa f_0 care urmeaza sa fie masurata .

d) Atenuator in dublu T simetric

Atenuatorul in dublu T este un cuadripol simetric ce poate sa fie , de asemenea , considerat ca fiind format din doi diporti conectati in paralel . Schema electrica a unui atenuator in dublu T simetric este reprezentata in fig. 30

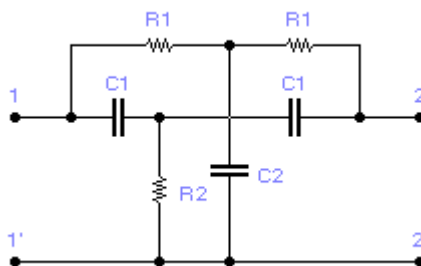


fig.30
Atenuator in dublu T simetric

Relatia de calcul a frecventei de atenuare infinita este :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi C_1 \sqrt{2 R_1 R_2}} \quad (110)$$

cu conditia ca elementele schemei sa indeplineasca relatia :

$$\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1} = 4 \quad (111)$$

In cazul particular cind se ia $C_2 = 2C_1$, rezulta :

$$R_2 = \frac{R_1}{2} \quad (112)$$

si

$$f_0 = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2} \quad (113)$$

Atenuatorul in dublu T este utilizat ca circuit selectiv la frecvente joase , unde este greu sa se realizeze circuite LC de dimensiuni mici si cu o selectivitate buna .

BIBLIOGRAFIE

- 1) CONSTANTIN SORA - CUADRIPOLUL ELECTRIC.
TEORIE SI APLICATII - EDITURA TEHNICA -
BUCURESTI –1964

- 2) CONSTANTIN SORA - BAZELE ELECTROTEHNICII
EDITURA DIDACTICA SI PEDAGOGICA -
BUCURESTI –1982

- 3) REMUS RADULET - BAZELE ELECTROTEHNICII
EDITURA DIDACTICA SI PEDAGOGICA -
BUCURESTI –1981

- 4) TEODOR MAGHIAR , TEODOR LEUCA , KAROLY
BONDOR – ELECTROTEHNICA – EDITURA
UNIVERSITATII DIN ORADEA 1999

- 5) *** NOTITE DE CURS